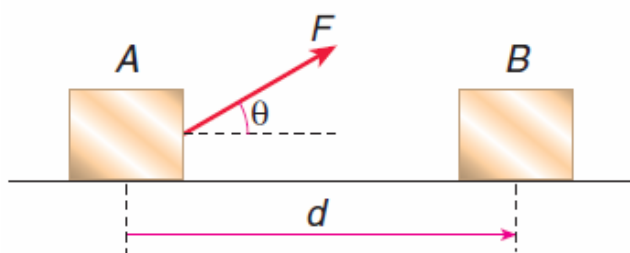




TRABALHO MECÂNICO

1. Trabalho de uma força

Consideremos a figura abaixo, em que uma partícula é deslocada de A até B, ao longo da trajetória indicada. Uma força resultante F está atuando na partícula, que é constante, isto é, tem intensidade, direção e sentido invariáveis.



Seja d o deslocamento da partícula de A até B e θ o ângulo formado por F e d . O trabalho (τ) da força F no deslocamento de A a B é a grandeza dada por:

$$\tau = F \cdot d \cdot \cos\theta$$

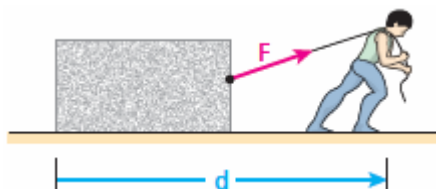
No Sistema Internacional (SI), o trabalho é medido em **joule (J)**, em homenagem a James Prescott **Joule**.

1.1. Sinais do trabalho

O trabalho é uma grandeza algébrica, isto é, admite valores positivos e negativos.

a) Trabalho motor

O trabalho de uma força é motor quando esta é "favorável" ao deslocamento. Nesse caso, o trabalho é denominado **motor** ($\tau > 0$).



No exemplo acima, a força, F , que o homem exerce na caixa por meio da corda realiza trabalho motor (positivo). Isso ocorre pelo fato de F ser "favorável" ao deslocamento d .

b) Trabalho resistente

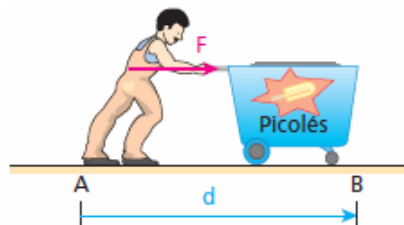
O trabalho de uma força é resistente quando esta é "desfavorável" ao deslocamento. Nesse caso, o trabalho é denominado **resistente** ($\tau < 0$).



No exemplo acima, o trabalho da força exercida pelo homem H sobre o carro é resistente (negativo). Isso ocorre pelo fato de a referida força ser "desfavorável" ao deslocamento do carro (para a esquerda).

1.2. Casos particulares importantes

a) F e d têm mesma direção e mesmo sentido



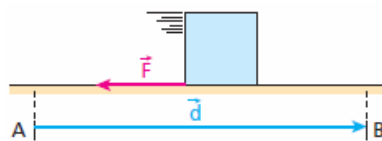
Neste caso, $\theta = 0^\circ$ e $\cos 0^\circ = 1$. Assim, o trabalho é calculado por:

$$\tau = F \cdot d \cdot \cos\theta \Rightarrow \tau = F \cdot d \cdot \cos 0^\circ$$

$$\tau = +F \cdot d$$

Este é o caso em que a força realiza seu trabalho **máximo**.

b) F e d têm mesma direção e sentidos opostos

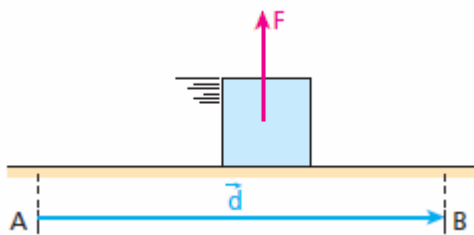


Neste caso, $\theta = 180^\circ$ e $\cos 180^\circ = -1$. Assim, o trabalho é calculado por:

$$\tau = F \cdot d \cdot \cos\theta \Rightarrow \tau = F \cdot d \cdot \cos 180^\circ$$

$$\tau = -F \cdot d$$

c) F e d são perpendiculares entre si



Neste caso, $\theta = 90^\circ$ e $\cos 90^\circ = 0$. Assim, o trabalho é calculado por:

$$\tau = F \cdot d \cdot \cos\theta \Rightarrow \tau = F \cdot d \cdot (0)$$

$$\tau = 0$$

Sempre que a força e o deslocamento forem perpendiculares entre si, a força não realizará trabalho.

Exercícios de aplicação

1. Na figura abaixo, embora puxe a carroça com uma força horizontal de $1,0 \cdot 10^3$ N, o burro não consegue tirá-la do lugar devido ao entrave de uma pedra:



Qual o trabalho da força do burro sobre a carroça?

2. No SI, a unidade de trabalho pode ser expressa por:

- a) $\text{kg} \cdot \text{m} / \text{s}^2$
- b) $\text{kg} \cdot \text{m}^2 / \text{s}^2$
- c) $\text{kg}^2 / \text{m} \cdot \text{s}^2$
- d) $\text{kg} \cdot \text{m} / \text{s}$
- e) $\text{kg} \cdot \text{m}^2 / \text{s}^3$

3. Um homem empurra um carrinho ao longo de uma estrada plana, comunicando a ele uma força constante, paralela ao deslocamento, e de intensidade $3,0 \cdot 10^2$ N. Determine o trabalho realizado pela força aplicada pelo homem sobre o carrinho, considerando um deslocamento de 15 m.

4. Uma força de intensidade 20 N atua em uma partícula na mesma direção e no mesmo sentido do seu movimento retilíneo, que acontece sobre uma mesa horizontal. Calcule o trabalho da força, considerando um deslocamento de 3,0 m.

5. Um boi arrasta um arado, puxando-o com uma força de 900 N. Sabendo que o trabalho realizado pelo boi foi de 18000 J, calcule a distância percorrida pelo boi.

6. Um carrinho se desloca num plano horizontal sob a ação de uma força horizontal de 50 N. Sendo 400 J o trabalho realizado por essa força, calcule a distância percorrida.

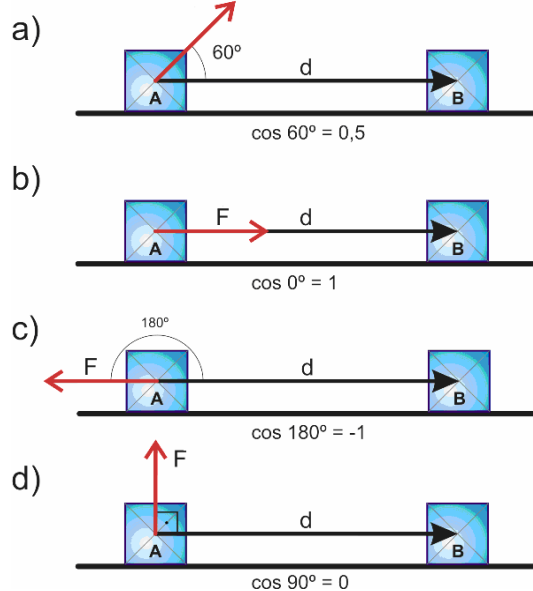
7. Aplica-se uma força horizontal de 10 N sobre um corpo que desloca-se numa trajetória retilínea de acordo com a equação $s = 10 + 3t + t^2$, no SI. Calcule o trabalho realizado pela força em 5 s.

8. Sobre um corpo de massa 10 kg, inicialmente em repouso, atua uma força F que faz variar sua velocidade para 28 m/s em 4 segundos. Determine:

- a) a aceleração do corpo;
- b) o valor da força F;
- c) o trabalho realizado pela força F para deslocar o corpo de 6 m.

9. Um carro percorre uma estrada reta e horizontal, em movimento uniforme, com velocidade constante de 20 m/s, sob a ação de uma força de 1800 N exercida pelo motor. Calcule o trabalho realizado pelo motor em 4s.

10. Calcule o trabalho da força constante F de intensidade $F = 10$ N, num deslocamento $d = 2,0$ m, nos casos indicados abaixo:

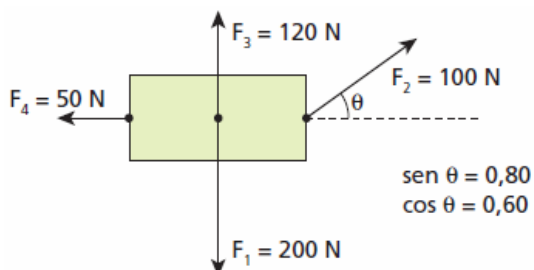


11. Um corpo é arrastado sobre um plano horizontal por uma força de 20 N. Essa força forma um ângulo de 37° com o deslocamento do corpo, que é de 4 m. Calcule o trabalho da força. Dado: $\cos 37^\circ = 0,8$.

12. Um trenó é puxado sobre uma superfície plana e horizontal por uma força $F = 600$ N. O ângulo entre essa força e o sentido do movimento é 30° . Sendo o

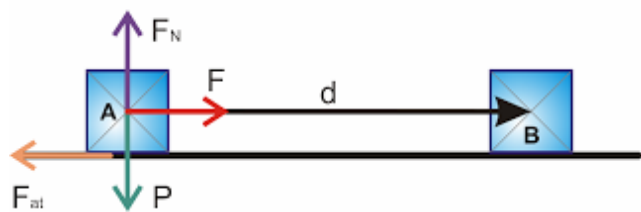
deslocamento do trenó igual a 50 m, calcule o trabalho realizado pela força F . Dado: $\cos 30^\circ = 0,9$

13. O bloco da figura acha-se inicialmente em repouso, livre da ação de forças externas. Em dado instante, aplica-se sobre ele o sistema de forças indicado, constituído por F_1 , F_2 , F_3 e F_4 , de modo que F_1 e F_3 sejam perpendiculares a F_4 :



Sejam T_1 , T_2 , T_3 e T_4 , respectivamente, os trabalhos de F_1 , F_2 , F_3 e F_4 para um deslocamento de 5,0 m, calcule T_1 , T_2 , T_3 e T_4 .

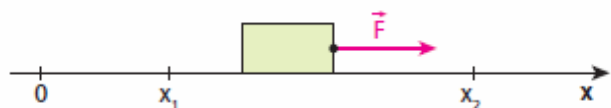
14. Um pequeno bloco de peso $P = 8,0$ N, desloca-se numa mesa horizontal passando da posição A para a posição B, sob ação de uma força horizontal $F = 10$ N. O coeficiente de atrito dinâmico entre o bloco e a mesa é $\mu_d = 0,50$.



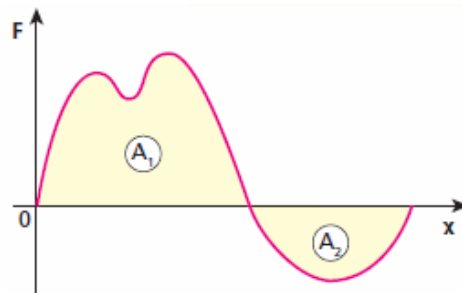
Determine os trabalhos das forças, F , F_{at} , P e F_N no deslocamento $d = 1,5$ m, de A até B.

1.3. Cálculo gráfico do trabalho

No esquema a seguir temos um bloco percorrendo o eixo Ox . Ele se desloca sob a ação exclusiva da força F , paralela ao eixo.



Dado um diagrama do valor algébrico da força atuante em uma partícula em função de sua posição, a “área” compreendida entre o gráfico e o eixo das posições expressa o valor algébrico do trabalho da força. **No entanto, a força considerada deve ser paralela ao deslocamento da partícula.**

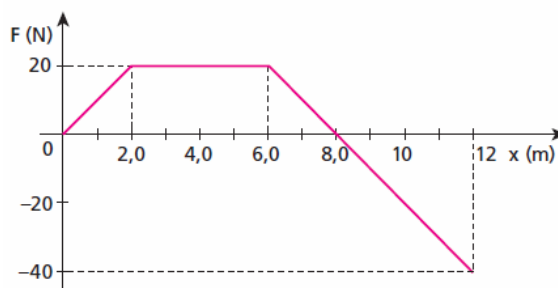


$$A_1 + A_2 = \tau$$

(soma algébrica)

Exercícios de aplicação

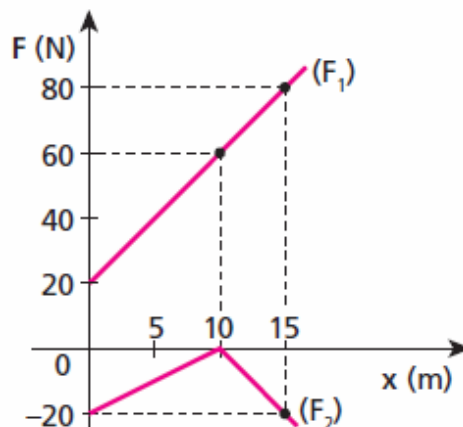
1. A intensidade da resultante das forças que agem em uma partícula varia em função de sua posição sobre o eixo Ox , conforme o gráfico a seguir:



Calcule o trabalho da força para os deslocamentos:

- de $x_1 = 0$ a $x_2 = 8,0$ m;
- de $x_2 = 8,0$ m a $x_3 = 12$ m;
- de $x_1 = 0$ a $x_3 = 12$ m.

2. O gráfico abaixo representa a variação do valor algébrico das duas únicas forças que agem em um corpo que se desloca sobre um eixo Ox . As forças referidas têm a mesma direção do eixo.

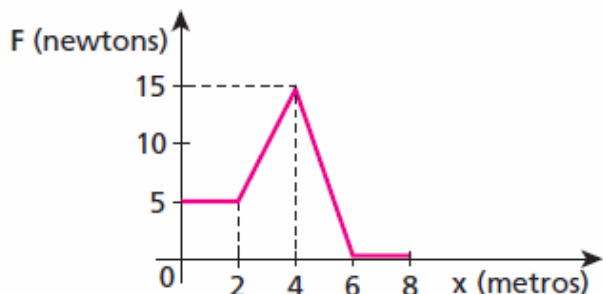


Calcule:

- o trabalho da força F_1 , enquanto o corpo é arrastado nos primeiros 10 m;
- o trabalho da força F_2 , enquanto o corpo é arrastado nos primeiros 10 m;

c) o trabalho da força resultante no deslocamento de 15m.

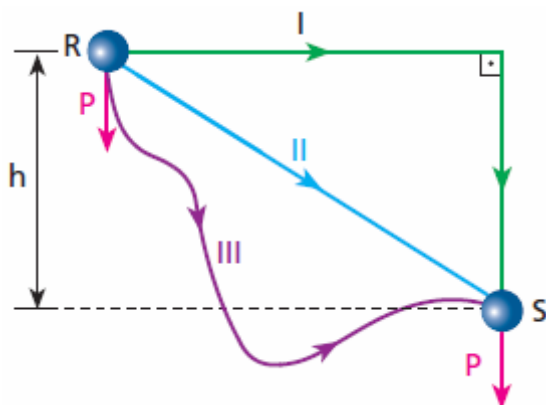
3. Uma partícula de massa 900 g, inicialmente em repouso na posição $x_0 = 0$ de um eixo Ox , submete-se à ação de uma força resultante paralela ao eixo. O gráfico abaixo mostra a variação da intensidade da força em função da abscissa da partícula:



Determine o trabalho da força de $x_0 = 0$ a $x_1 = 6$ m.

1.4. Trabalho da força Peso

Na figura a seguir, qualquer que seja a trajetória descrita pela partícula ao se deslocar do ponto **R** ao ponto **S**.

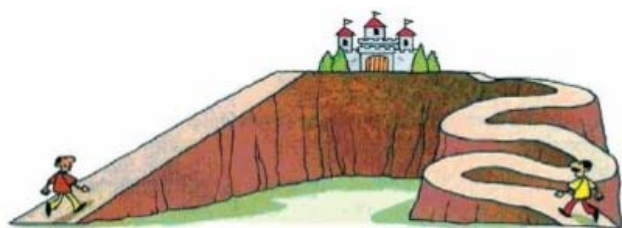


O trabalho de seu peso será o mesmo e expresso por:

$$\tau_P = \pm P \cdot h = \pm m \cdot g \cdot h$$

O trabalho da força peso é independente da trajetória descrita pela partícula.

Exemplo:

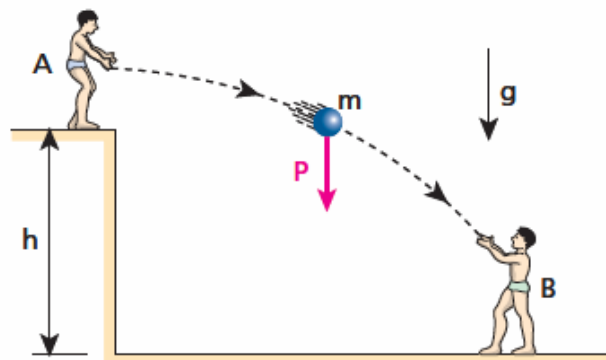


Considerando que os indivíduos da figura acima tenham a mesma massa, certamente

o trabalho realizado pela força peso será o mesmo nos dois casos.

1.4.1. Sinais do trabalho do Peso

a) Trabalho motor

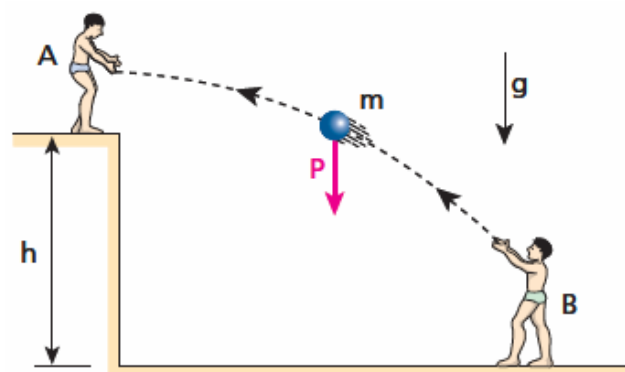


O garoto **A** joga a bola para o garoto **B**. Na descida, o trabalho do peso da bola é motor (**positivo**):

$$\tau_P = +m \cdot g \cdot h$$

O trabalho do peso é **positivo** na descida.

b) Trabalho resistente

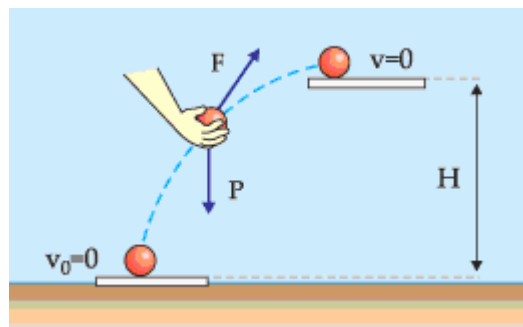


O garoto **B** joga a bola para o garoto **A**. Na subida, o trabalho do peso da bola é resistente (**negativo**):

$$\tau_P = -m \cdot g \cdot h$$

O trabalho do peso é **negativo** na subida.

1.5. Trabalho do operador

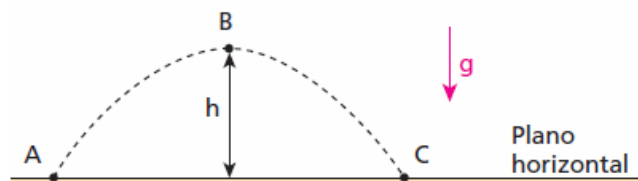


Quando elevamos um corpo de peso até uma certa altura H , como sugere a figura acima, o trabalho realizado pela força levantadora pode ser obtido através da equação:

$$\tau_{op} = m \cdot g \cdot h$$

Exercícios de aplicação

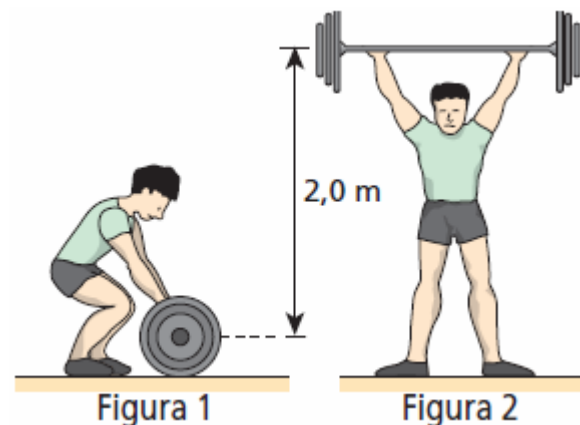
1. Um projétil de massa m é lançado obliquamente no vácuo, descrevendo a trajetória indicada abaixo:



A altura máxima atingida é h e o módulo da aceleração da gravidade vale g . Os trabalhos do peso do projétil nos deslocamentos de **A** até **B**, de **B** até **C** e de **A** até **C** valem, respectivamente:

- 0, 0 e 0.
- mgh , mgh e $2mgh$.
- $2mgh$, mgh e 0.
- mgh , $2mgh$ e 0.
- Não há dados para os cálculos.

2. Na situação esquematizada, um halterofilista levanta 80 kg num local em que $g=10 \text{ m/s}^2$ e mantém o haltere erguido, como representa a figura 2, durante 10 s.

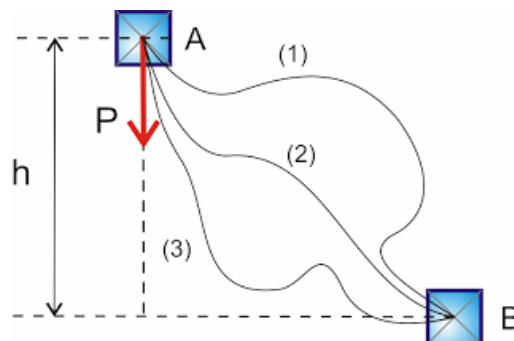


Os trabalhos das forças musculares durante o levantamento do haltere e durante sua manutenção no alto valem, respectivamente:

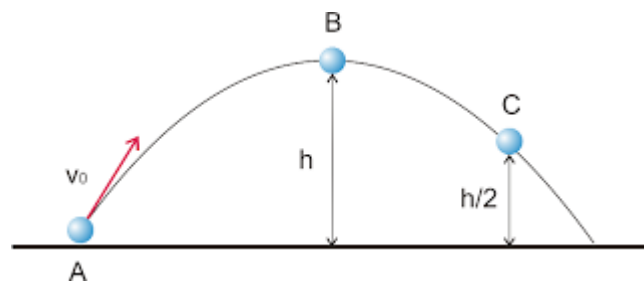
- 800 J e 800 J.
- 1 600 J e 1 600 J.
- 800 J e zero.
- 1 600 J e zero.
- 1 600 J e 800 J.

3. Calcule o trabalho do peso de um bloco de massa 1,0 kg nos deslocamentos de A

até B, segundo as trajetórias (1), (2) e (3). Dados: $g = 10 \text{ m/s}^2$ e $h = 0,5 \text{ m}$.



4. Uma pequena esfera de peso 1,0 N é lançada obliquamente do ponto A do solo horizontal, com velocidade v_0 . A altura máxima atingida (ponto B) é $h = 2,4 \text{ m}$. O ponto C encontra-se a uma altura $h/2$ do solo.



- Calcule o trabalho realizado pelo peso da esfera no deslocamento de A até B.
- Calcule o trabalho realizado pelo peso da esfera no deslocamento de B até C.

5. Para elevar um livro que pesa 5 N, do chão até uma altura de 2m, qual o valor do trabalho necessário?

6. Uma pessoa realizou um trabalho de 9 J para levantar verticalmente uma caixa que pesa 4 N. Quantos metros atingiu a altura da caixa?

7. Um bloco de massa 2 kg é tirado do solo e colocado a uma altura de 5 m. Determine o trabalho da força peso.

8. Uma pedra de massa 0,5 kg é libertada da altura de 20 m em relação ao solo. Determine o trabalho da força peso para trazê-la até o solo.

9. Você pega do chão um pacote de açúcar de 5 kg e coloca-o em uma prateleira a 2m de altura. Enquanto você levanta o pacote, a força que você aplica sobre ele realiza um trabalho. A força peso que age sobre o pacote também realiza um trabalho. Considerando $g = 10 \text{ m/s}^2$, determine:

- quanto vale o peso desse pacote de açúcar?
- calcule o trabalho realizado pela força peso durante a subida do pacote.

c) quanto vale o trabalho da força exercida por você sobre o pacote de açúcar?

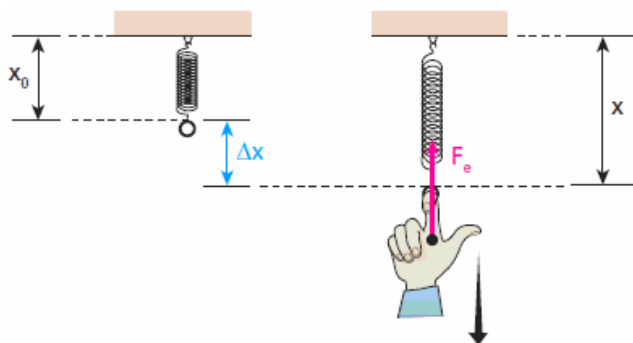
10. Um corpo de peso $P = 200 \text{ N}$ é levantado até a altura de 2 m por uma força $F = 250 \text{ N}$. Calcule o trabalho realizado:

- pela força F ;
- pelo peso P .

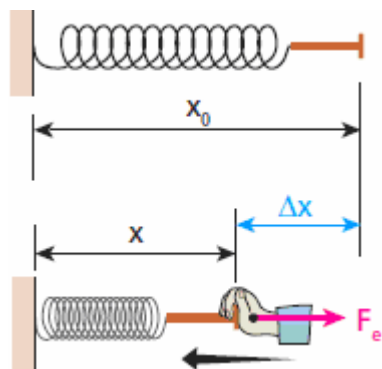
1.6. Trabalho da força elástica

Admitamos uma mola sendo deformada em regime elástico pela mão de um operador. Nesse caso, a mola e a mão trocam, na região de contato, forças de ação e reação.

1) À medida que a mão do operador é deslocada verticalmente para baixo, provocando alongamento na mola, ela recebe a força elástica (F_e) dirigida verticalmente para cima.



2) À medida que a mão do operador é deslocada horizontalmente para a esquerda, provocando compressão na mola, ela recebe a força elástica (F_e) dirigida horizontalmente para a direita.



Levando em conta que τ_{F_e} pode ser motor (1) ou resistente (2), então podemos calcular o trabalho da força elástica por:

$$\tau_{F_e} = \pm \frac{k \cdot \Delta x^2}{2}$$

O trabalho da força elástica é motor (+) na fase em que a mola está retornando ao seu comprimento natural e é resistente (-) na

fase em que ela é deformada (alongada ou comprimida).

O trabalho da força elástica independe da trajetória de seu ponto de aplicação.

Exemplo

Analisemos o caso de um garoto que vai lançar uma pedra utilizando um estilingue.



Na fase de tracionamento, em que as tiras de borracha do dispositivo são esticadas, as forças elásticas realizam sobre a mão do garoto um trabalho resistente (**negativo**). No ato do lançamento, entretanto, essas forças realizam sobre a pedra um trabalho motor (**positivo**).

Uma força é denominada **CONSERVATIVA** quando seu trabalho, entre duas posições, independe da trajetória descrita por seu ponto de aplicação.

Diante disso, temos que a força **peso e a força elástica são conservativas**. Entretanto, nem toda força satisfaz à definição anterior. A força de atrito, a força de resistência do ar e a força de resistência viscosa exercida pelos líquidos, por exemplo, têm trabalhos dependentes da trajetória, o que as torna não conservativas.

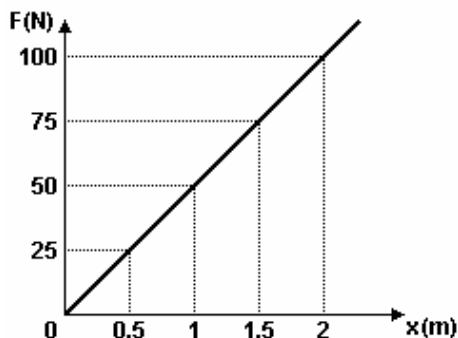
Exercícios de aplicação

1. Um homem puxa a extremidade livre de uma mola de constante elástica igual a $1,0 \cdot 10^3 \text{ N/m}$, alongando-a 20 cm . O trabalho da força elástica da mola sobre a mão do homem vale:

- 40 J
- 20 J
- 240 J
- 220 J
- $22,0 \cdot 10^5 \text{ J}$

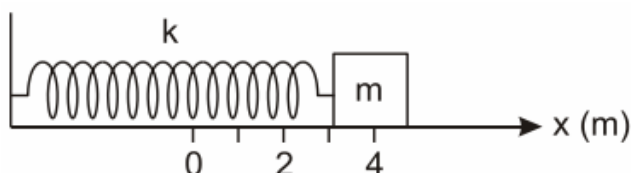
2. Em um incêndio, os bombeiros posicionam uma cama elástica para receber uma pessoa de massa 80 kg que cairá verticalmente, a partir do repouso, de uma altura $H = 20 \text{ m}$ acima da cama elástica. A aceleração da gravidade tem módulo $g = 10 \text{ m/s}^2$ e admite-se que não haja dissipação de energia mecânica.

3. O gráfico representa a elongação de uma mola, em função da tensão exercida sobre ela. O trabalho da tensão para distender a mola de 0 a 2 m é, em J.

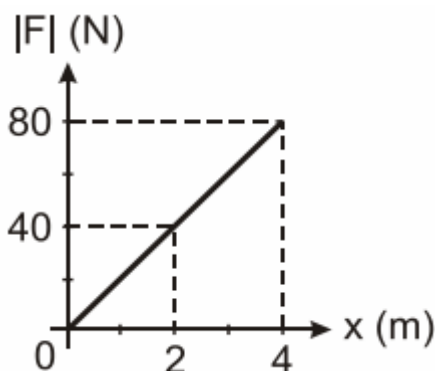


- a) 200 b) 100 c) 50
d) 25 e) 12,50

4. Considere um bloco de massa m ligado a uma mola de constante elástica $k = 20$ N/m, como mostrado na figura a seguir. O bloco encontra-se parado na posição $x = 4,0$ m. A posição de equilíbrio da mola é $x = 0$.



O gráfico a seguir indica como o módulo da força elástica da mola varia com a posição x do bloco.



O trabalho realizado pela força elástica para levar o bloco da posição $x = 4,0$ m até a posição $x = 2,0$, em joules, vale:

- a) 120 b) 80 c) 40
d) 160 e) - 80

2. Energia cinética



A energia cinética (E_c) é a modalidade de **energia associada aos movimentos**, sendo quantificada pela expressão:

$$E_c = \frac{m \cdot v^2}{2}$$

A unidade de energia no Sistema Internacional é o joule (**J**).

A energia cinética depende do referencial adotado.

3. Teorema da energia cinética

O trabalho total, das forças internas e externas, realizado sobre um corpo é igual à variação de sua energia cinética.

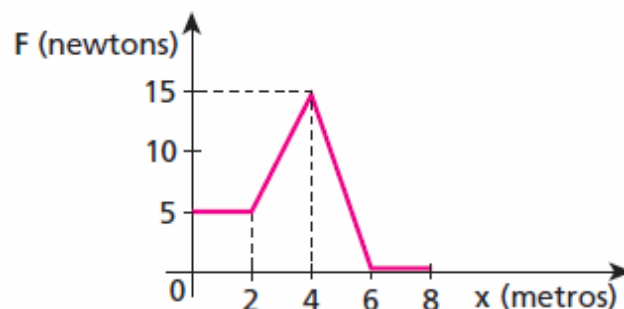
$$\tau_{total} = \Delta E_c = E_{Ec_{final}} - E_{Ec_{inicial}}$$

Exercícios de aplicação

1. O trabalho total realizado sobre uma partícula de massa 8,0 kg foi de 256 J. Sabendo que a velocidade inicial da partícula era de 6,0 m/s, calcule a velocidade final.

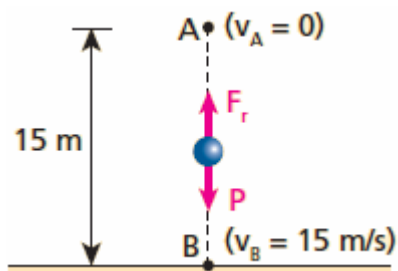
2. Uma partícula sujeita a uma força resultante de intensidade 2,0 N move-se sobre uma reta. Sabendo que entre dois pontos **P** e **Q** dessa reta a variação de sua energia cinética é de 3,0 J, calcule a distância entre **P** e **Q**.

3. Uma partícula de massa 900 g, inicialmente em repouso na posição $x = 5$ de um eixo Ox , submete-se à ação de uma força resultante paralela ao eixo. O gráfico abaixo mostra a variação da intensidade da força em função da abscissa da partícula:



Determine a velocidade escalar da partícula na posição $x_2 = 6$ m.

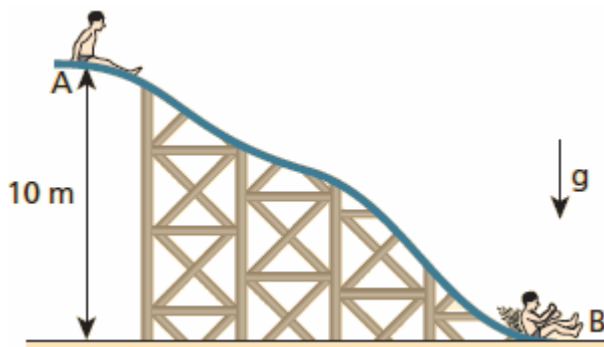
4. Um pequeno objeto de massa 2,0 kg, abandonado de um ponto situado a 15 m de altura em relação ao solo, cai verticalmente sob a ação da força peso e da força de resistência do ar.



Sabendo que sua velocidade ao atingir o solo vale 15 m/s, calcule o trabalho da força de resistência do ar.

Dado: $g = 10 \text{ m/s}^2$

5. Qual o trabalho realizado por uma força que varia a velocidade de um corpo de massa 3 kg de 8 m/s a 10 m/s?
6. Qual o trabalho realizado pela força que age sobre um corpo de massa 4 kg, cuja velocidade variou de 3 m/s a 5 m/s?
7. Calcule o trabalho realizado pela força que varia a velocidade de um corpo de massa 2 kg desde $v_A = 5 \text{ m/s}$ a $v_B = 1 \text{ m/s}$.
8. Um corpo de massa 10 kg, inicialmente em repouso, é posto em movimento sob a ação de uma força e adquire, após percorrer 40 m, uma velocidade de 20 m/s. Determine o valor da força aplicada no corpo.
9. Um corpo de massa 5 kg está sob a ação de uma força de 30 N que atua no sentido do movimento. Sabendo que em determinado instante a velocidade do corpo é de 10 m/s, determine sua velocidade após percorrer 15 m.
10. Um garoto de massa 40 kg partiu do repouso no ponto **A** do tobogã da figura a seguir, atingindo o ponto **B** com velocidade de 10 m/s:



Admitindo $g = 10 \text{ m/s}^2$ e desprezando o efeito do ar, calcule o trabalho das forças de atrito que agiram no corpo do garoto de **A** até **B**.

11. Seja um corpo de massa $M = 100 \text{ kg}$ deslizando sobre um plano horizontal com

velocidade inicial $V = 20,0 \text{ m/s}$. Calcule o módulo do trabalho W da força de atrito necessário para levar o objeto ao repouso.

- a) $W = 20 \text{ kJ}$
- b) $W = 2000 \text{ kJ}$
- c) $W = 10 \text{ kJ}$
- d) $W = 200 \text{ kJ}$
- e) $W = 100 \text{ kJ}$